

Тема 1. Планы наблюдений. Определение объема выборки.

План испытаний на надежность (англ. *Plan of check tests on reliability*) — совокупность правил, устанавливающих объем выборки, порядок проведения испытаний, критерии их завершения и принятия решений по результатам испытаний. Объектами испытаний есть образцы одного типа, которые не имеют конструктивных или других отличий, изготовленные по единой технологии и испытаны при идентичных условиях. Выбор планов испытаний зависит от типа объекта испытаний, цели испытаний, показателей надежности, оцениваемых условий испытаний и других технико-экономических факторов.

Показатели надежности, имеющие смысл математических ожиданий случайных величин или вероятностей некоторых случайных событий, не могут быть точно определены в процессе контроля и испытаний, в результате чего решения принимаются на основании их оценок, полученных с той или иной точностью, или первичных данных - наработок, численности отказов и тому подобное.

Статистические испытания планируют в зависимости от типа объекта, устоявшихся ограничений на продолжительность и стоимость испытаний. Государственные стандарты классифицируют планы следующим образом. Для каждого плана испытаний принято символическое обозначение в виде трех букв в скобках, например *[NUT]*, в котором:

- первый символ *N* определяет количество испытываемых объектов,
- второй символ - режим восстановления объектов в испытаниях и принимает следующие значения: *U* - объект после отказа не восстанавливается и не заменяется, *R* - объект не восстанавливается, но после отказа заменяется; *M* - объект восстанавливается после каждого отказа;
- третий символ определяет критерий окончания испытаний:
 - T* - испытание прекращается по достижении наработки во времени *T*;
 - r* - испытания прекращаются после *r* отказов в испытаниях или объектов, отказавших при испытаниях.

Виды планов испытаний

- План испытаний *[NUN]* (план *[NUN]*) - план испытаний, согласно которому одновременно испытывают *N* объектов, отказавшие во время испытаний, объекты не восстанавливают и не заменяют на новые, испытания проводят до отказа всех *N* объектов (завершенные испытания).

- План испытаний *[NUT]* (план *[NUT]*) - план испытаний, согласно которому одновременно испытывают *N* объектов, отказавшие во время испытаний, не восстанавливают и не заменяют, испытания прекращают по истечении времени испытаний или наработки *T* для каждого объекта, который не отказал.

- План испытаний $[NUr]$ (план $[NUr]$) - план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов, объектов, отказавшие во время испытаний, не восстанавливают и не заменяют, испытания прекращают, когда число объектов, отказавших достигает r .

Примечание. По $r = N$ есть план $[NUN]$.

- План испытаний $[NRT]$ (план $[NRT]$) - план испытаний, согласно которому одновременно начинают испытания N объектов, объектов, отказавшие во время испытаний, заменяют новыми, или восстановленными, испытания прекращают по истечении времени испытаний или наработки T для каждой с N позиций.

Примечание. Каждый из N объектов занимает определенную позицию (стенд, испытательная площадка и т.д.), в отношении которого в дальнейшем отсчитывается продолжительность испытаний T независимо от замены объектов, отказавших на этой позиции.

- План испытаний $[NRr]$ (план $[NRr]$) - план испытаний, согласно которому одновременно начинают испытания N объектов, объектов, отказавшие во время испытаний, заменяют новыми или восстановленными, испытания прекращают, когда суммарное число объектов, отказали по всем позициям, достигает r .

- План испытаний $[NMT]$ (план $[NMT]$) - план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов, объектов, отказавшиеся во время испытаний, восстанавливают, но не заменяют, объект испытывают до истечения времени испытания или наработки T .

- План испытаний $[NMr]$ (план $[NMr]$) - план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов, после каждого отказа объект восстанавливают, испытания прекращают, когда суммарное по всем объектам число отказов достигает r .

- План испытаний $[NUz]$ (план $[NUz]$) - план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов, объекты, отказавшиеся во время испытаний, не восстанавливают и не заменяют, когда каждый объект испытывают в течение выработки z_i , (где $z_i = \min(t_i, \tau_i)$. Здесь $i = 1, 2, \dots, N$; t_i - наработка что отказы i -го объекта; τ_i - наработка до снятия с испытаний работоспособного i -го объекта).

- План испытаний $[NU(r_1, n_1), (r_2, n_2), \dots, (r_{k-1}, n_{k-1}), r_k)$ - план испытаний, согласно которому одновременно испытывают N объектов, объектов, отказавшиеся во время испытаний не восстанавливают и не заменяют, после возникновения r_1 отказов с испытании снимают n_1 не отказавших объектов, после возникновения r_2 отказов с испытании снимают n_2 не отказавших объектов и т.д., испытания прекращают после возникновения r_k отказов.

Определение объема выборки

При исследовании выборочной совокупности заранее задается величина допустимой относительной ошибки δ , доверительная вероятность γ

и может быть задан вид закона распределения. Таким образом, остается неизвестным минимальный объем выборки.

Методы расчета минимального числа объектов наблюдения могут быть: непараметрические, если вид закона распределения неизвестен и параметрические – при известном виде закона распределения случайной величины. Рассмотрим определение n для плана $[N, U, N]$.

При непараметрическом методе минимальное число объектов наблюдения n определяется по формуле:

$$n = \frac{\ln(1-\gamma)}{\ln P(t)},$$

где, $P(t)$ – требуемая вероятность безотказной работы в течение некоторого промежутка времени t с доверительной вероятностью γ , задаваемой из условия отсутствия отказа за время t .

Пример. Требуется определить минимальное число объектов наблюдения, чтобы с доверительной вероятностью $\gamma=0,90$, проверить, что вероятность безотказной работы $P(t)$ была бы не менее 0,95.

$$n = \frac{\ln(1 - 0,90)}{\ln 0,95} = 45$$

Применение параметрического метода основано на использовании параметров закона распределения.

Экспоненциальный закон распределения

Расчетное уравнение минимального объектов наблюдения имеет вид:

$$\delta + 1 = \frac{2n}{\chi_{1-\gamma; 2n}^2} \Rightarrow n = \frac{(\delta+1)\chi_{1-\gamma; 2n}^2}{2},$$

где δ – относительная ошибка, равная

$$\delta = \frac{t_H - \bar{t}}{\bar{t}} = \frac{\bar{t} - t_H}{\bar{t}} = \left| \frac{\varepsilon}{\bar{t}} \right|,$$

t_b, t_H – соответственно верхняя и нижняя односторонние доверительные границы; \bar{t} – среднее значение; ε – доверительный интервал. Значение $\chi_{1-\gamma; 2n}^2$ выбирается по таблице 19.

Пример. Определить число n регулирующих гидроаппаратов двигателя, которые нужно поставить под наблюдение, чтобы с доверительной вероятностью $\gamma = 0,80$ относительная ошибка δ в определении средней наработки до отказа не превышала 0,2.

Причина отказа гидроаппаратов – поломка пружин золотников. Примем гипотезу о том, закон распределения наработки до отказа – экспоненциальным.

Решение. Подставив исходные данные в формулу $\delta + 1 = \frac{2n}{\chi_{1-\gamma;2n}^2} \Rightarrow$

$$n = \frac{(\delta+1)\chi_{1-\gamma;2n}^2}{2},$$

И используя таблицу 19 определим $n=25$.

Нормальный закон распределения.

Минимальное число объектов наблюдения рассчитывается по формулам:

$$\frac{t_{\gamma,n-1}}{\sqrt{n}} = \frac{\delta}{V}; \quad \frac{u_{\gamma}}{\sqrt{n}} = \frac{\delta}{V}; \quad \frac{u_{\gamma}}{\sqrt{n}} = \frac{\varepsilon}{\sigma};$$

где, $t_{\gamma, n-1}$ и u_{γ} выбираются по таблице 16 приложения.

Пример. Определить число n водяных насосов двигателя, чтобы с доверительной вероятностью $\gamma = 0,90$ относительная ошибка δ в определении средней наработки до первого отказа не превышала 0,1.

Причинами отказов водяных насосов является износ подшипников. Можно предположить, что закон распределения наработок насосов до первого отказа - нормальный. Требуется, чтобы коэффициент вариации не превышал 0,30.

Решение.

Подставив исходные данные в формулу $\frac{t_{\gamma,n-1}}{\sqrt{n}} = \frac{\delta}{V}$ и используя таблицы 16 приложения, найдем $n=16$.

Закон распределения Вейбулла.

Минимальное число объектов наблюдения рассчитывается по формуле:

$$(\delta + 1)^b = \frac{2n}{\chi_{1-\gamma; 2n}^2},$$

b – параметр формы закона распределения. Значение $\chi_{1-\gamma; 2n}^2$ берется по таблице 19 приложения.

Пример. Определить число n шлангов системы управления экскаватора, которые нужно поставить под наблюдение, чтобы относительная ошибка δ в определении среднего ресурса не превышала 0,20 с доверительной вероятностью $\gamma = 0,90$.

Причиной отказов шлангов является его разрыв. Известно, что распределение ресурса шлангов подчиняется закону распределения Вейбулла с параметром формы $b = 2,35$.

Решение. Подставив исходные данные в формулу $(\delta + 1)^b = \frac{2n}{\chi_{1-\gamma; 2n}^2}$,

и используя таблицы 19 приложения, найдем $n=12$.

После того как по формулам или таблицам определено минимальное число объектов наблюдения, необходимо решить вопрос, какие именно машины должны быть включены в состав выборки. Задача заключается в том, чтобы из общего числа объектов выделить необходимое число машин, близких между собой по наработке, техническому состоянию и условиям эксплуатации. Это необходимо для обеспечения однородности результатов наблюдения. Если за машинами наблюдают с начала эксплуатации. То задача обеспечения однородности значительно упрощается.

*16, 19 таблицы берутся со справочника Шор Я.Б., Кузьмин Ф.И. «Таблицы для анализа и контроля надежности»